



研究与开发

基于特征值分解的多平台合成孔径定位方法

习梦婷, 王裕旗, 王安义

(西安科技大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对单平台合成孔径定位 (synthetic aperture positioning, SAP) 方法在二维方向上分辨率不匹配和定位精度低的问题, 提出一种基于特征值分解的多平台 SAP 方法。该方法建立了多站数据非相干累积定位的代价函数, 利用特征值分解方法求解代价函数, 以提高定位图像的局部信噪比和定位精度。为了进一步提高多平台 SAP 方法的计算效率, 引入粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法加速特征值分解的过程, 以提升定位方法的计算效率。仿真结果表明, 所提定位方法的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 小于传统的两步定位方法和现有的多平台直接定位方法。引入改进的 PSO 算法后, 定位时间大约缩短至改进前的 1/20, 计算效率有了明显的提升。

关键词: 多平台; 特征值分解; 非相干累积; 粒子群优化算法

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2025206

An eigenvalue decomposition based multi-platform synthetic aperture positioning method

XI Mengting, WANG Yuqi, WANG Anyi

School of Communication Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China

Abstract: A multi-platform synthetic aperture positioning (SAP) method based on eigenvalue decomposition was proposed to address the mismatched resolution and low positioning accuracy in two dimensions of single-platform SAP method. A cost function for non-coherent accumulation positioning from multi-station data was established. The cost function was solved using eigenvalue decomposition to improve the local signal-to-noise ratio and positioning accuracy of the positioning image. To further enhance the computational efficiency of the multi-platform SAP method, particle swarm optimization (PSO) algorithm was introduced to accelerate the eigenvalue decomposition process, thereby improving the computational efficiency of the positioning method. Simulation results show that the root mean square error (RMSE) of the proposed positioning algorithm is lower than that of traditional two-step positioning methods and existing direct multi-platform positioning methods. After the introduction of the improved PSO algorithm, the posi-

收稿日期: 2025-03-04; 修回日期: 2025-05-26

通信作者: 王裕旗, xdwangyuqi@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62401459, No.62222113)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.62401459, No.62222113)



tioning time was approximately reduced to 1/20 of that before the improvement, significantly enhancing computational efficiency.

Key words: multi-platform, eigenvalue decomposition, incoherent accumulation, particle swarm optimization algorithm

0 引言

无源定位技术不需要自身发射电磁信号，而是通过一个或多个接收站接收外部信号来确定辐射源位置。相较于有源定位，该技术具有电磁隐蔽性强、可定位距离远、抗干扰性强等优势。传统的无源定位技术分两步对目标进行定位^[1-2]：首先，接收站通过接收辐射源发出的信号提取定位参数，常见的定位参数包括到达时差（time difference of arrival, TDOA）、到达角（angle of arrival, AOA）、到达频差（frequency difference of arrival, FDOA）和到达方向（direction of arrival, DOA）^[3-8]；其次，通过定位参数与辐射源位置之间的关系建立方程组来确定目标位置，常用的算法有最小二乘法、伪线性法、牛顿法和梯度下降法^[9-11]。然而，在低信噪比条件下，传统的两步定位方法在估计中间参数时容易受到干扰，导致最终的定位精度受限。针对上述问题，文献[12]于2004年首次提出了直接定位（direct position determination, DPD）技术。DPD技术不需要估计中间参数，而是通过接收到的信号直接构建一个与辐射源位置相关的代价函数，然后使用搜索算法（如二维或多维搜索）对该函数进行优化，以估计目标位置。与两步定位方法相比，DPD技术保证了中间参数的稳定性，并显著提高了低信噪比条件下的定位精度^[13-15]。因此，DPD技术在各种场景^[16-17]和多种信号类型中得到了广泛应用^[18]，并成为定位领域的研究热点。

现有的DPD技术可分为单平台和多平台两种。其中，单平台DPD技术仅需要单个接收平台即可实现目标位置的定位，因其设备结构简单而

备受关注。然而，该技术在二维空间中无法同时提供高精度的方位向和距离向信息。这种信息不对称导致定位结果在各个方向上分辨率不匹配，从而限制了定位精度的进一步提高。此外，单平台DPD技术的代价函数具有高度非凸性和非线性特征，存在大量的局部极大值，通常需要计算复杂度较高的网格搜索来获取最优目标位置。因此，现有研究主要从两方面展开：一是通过改进定位模型^[19-21]和优化定位算法以提升定位精度^[22-24]；二是应用并行计算、快速搜索算法以及硬件优化等手段增强系统的处理能力，从而提高计算效率^[25-26]。与单平台DPD技术不同，多平台DPD技术通过多个接收平台从观测数据中估计目标位置。该方法可以通过不同观测平台的协同工作，从多角度、多路径获取目标信息，从而有效提高系统的定位性能^[27-31]。近年来，多平台DPD技术在理论和应用方面都取得了显著进展。例如，文献[29]在短基线信号检测模型的基础上，联合TDOA和FDOA提出了一种基于精确同步的短基线直接位置确定方法，并在仿真实验部分验证了所提算法的有效性。文献[30]通过联合多普勒频移和AOA提出了水下移动节点的定位算法，有效提高了移动节点的定位精度。文献[31]提出了一种基于向量评估的并行粒子群优化（vector evaluated parallel particle swarm optimization, VEPPSO）算法和精确一阶算法（exact first-order algorithm, EXTRA）混合的分布式优化算法，有效解决了分布式定位精度损失和复杂度高的问题。

合成孔径技术被应用到无源定位中，能够在低信噪比和复杂环境下提供可靠的定位信息，从而提高定位精度^[32-33]。文献[33]提出了一种基于

合成孔径技术的卫星超长时数据定位算法, 通过长相干定位技术和合成孔径技术生成超高分辨率的定位图像, 实现了高精度的目标定位。这种技术不仅克服了传统 DPD 技术在二维空间中难以同时提供高精度方位向和距离向信息的局限性, 还为复杂环境下的目标定位提供了新的解决方案。因此, 合成孔径技术的引入为 DPD 领域带来了新的发展机遇, 同时也为高精度定位系统的设计与优化提供了重要的发展基础。

随着现代通信和雷达系统的发展, 非相干累积定位技术已成为多平台 DPD 领域的重要研究方向之一, 其核心思想是通过多个接收平台协同工作, 利用非相干累积方法增强信号能量, 从而提高定位精度和鲁棒性。文献[34]通过非相干累积技术显著提高了长期演进 (long term evolution, LTE) 信号在弱视距 (line-of-sight, LOS) 环境下到达时间 (time of arrival, TOA) 的估计性能。文献[35]提出了一种基于非相干融合的检测算法, 在分布式雷达非相干融合领域做出了重要贡献, 特别是在处理独立非同分布波动目标方面。然而, 现有研究仍存在一些不足: 首先, 非相干累积过程中对信号特征的利用不够充分, 限制了定位精度的进一步提升; 其次, 多平台非相干累积定位的实时性较差, 尤其在平台数量增多或信号数据量较大时, 计算复杂度显著增加, 难以满足实际应用中快速定位的需求。

为此, 本文提出了一种基于特征值分解的多平台合成孔径定位 (synthetic aperture positioning, SAP) 方法。该方法基于最大似然原理建立多站数据非相干累积定位的代价函数, 并结合特征值分解技术, 提取接收信号中的关键特征信息, 优化非相干累积定位的代价函数, 从而提高定位图像的局部信噪比和定位精度。随后, 结合改进的粒子群优化 (particle swarm optimization, PSO) 算法加快定位方法的收敛速度, 提高多平台 SAP 方法在大数据量条件下的计算效率。

1 多平台无源定位信号模型

在多平台被动合成孔径定位系统中, 接收平台不需要发射信号, 只需要接收辐射源发出的信号。二维场景下辐射源定位的几何模型如图 1 所示。假设固定的辐射源位置为 $U=[u_x, u_y]^T$ 。有 I 个移动的接收平台沿 X 轴做匀速运动, 速度为 v 。初始时刻, 第 i 个接收平台的位置坐标为 $S_{i,0}=[x_{i,0}, y_{i,0}]^T$, $i=1, 2, \dots, I$ 。在时刻 t , 接收平台的位置坐标为 $S_i=[x_i, y_i]^T$, 其中, $x_i=x_{i,0}+vt$, $y_i=y_{i,0}$, 则第 i 个接收平台与辐射源之间的瞬时斜距为:

$$R_i(t) = S_i - U = \sqrt{(x_i - u_x)^2 + (y_i - u_y)^2} \quad (1)$$

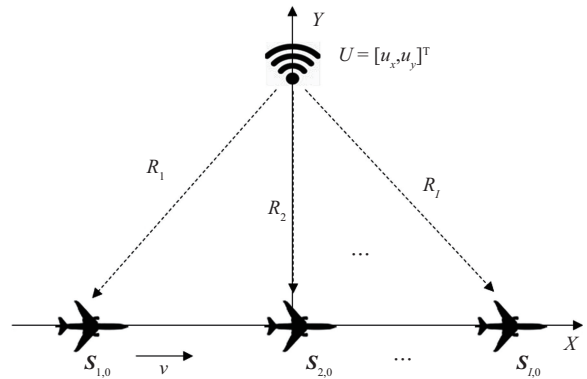


图 1 辐射源定位的几何模型

根据上述几何模型, 可以通过多个接收平台在不同时间点采集的信号和平台的运动信息来实现辐射源目标的精确定位。

为便于分析, 假设辐射源信号为单频信号, 可表示为:

$$s(t) = \exp(j2\pi f_c t) \quad (2)$$

其中, j 为虚数单位, f_c 为辐射源信号的载频, 则第 i 个接收平台接收到的信号为:

$$r_i(t) = \beta_i \exp(j2\pi f_c \partial_i(t - \tau_i)) + w_i(t) \quad (3)$$

其中, β_i 为信号的衰减系数, 与辐射源到接收平台的距离和路径损耗有关, w_i 为零均值复白高斯噪声, τ_i 为信号从辐射源传输到第 i 个接收平台的



传播时延, 可表示为:

$$\tau_i = \frac{1}{c} \mathbf{S}_i - \mathbf{U} \quad (4)$$

其中, c 为信号的传播速度。

∂_i 为与多普勒效应相关的时间尺度伸缩因子, 可表示为:

$$\partial_i = \left(1 + \frac{\mathbf{V}^T (\mathbf{S}_i - \mathbf{U})}{c \|\mathbf{S}_i - \mathbf{U}\|} \right)^{-1} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{V} = [v, 0]^T$ 。当发射信号满足窄带条件时 ($w \ll f_c$), 式 (3) 中的接收信号可近似表示为:

$$r_i(t) = \beta_i s(t - \tau_i) \exp(j2\pi f_i(t - \tau_i)) + w_i(t) \quad (6)$$

其中, f_i 为多普勒频移, 可表示为:

$$f_i = \frac{f_c}{c} \times \frac{\mathbf{V}^T (\mathbf{S}_i - \mathbf{U})}{\|\mathbf{S}_i - \mathbf{U}\|} \quad (7)$$

在上述计算中, 时延和多普勒频移仅作为中间参数, 用于建立与接收信号和辐射源位置相关的代价函数, 不需要进行参数估计。

2 基于特征值分解的定位算法

2.1 最大似然估计

本节详细推导了基于最大似然估计原理建立代价函数的过程。辐射源信号经过时延和多普勒频移后, 被多个接收平台捕获。假设采样次数为 M , 采样间隔为 T_s , 则第 i 个接收平台接收到的离散信号模型为:

$$\mathbf{r}_i = \beta_i \mathbf{D}_{f_i} \mathbf{F}_i \mathbf{s} + \mathbf{w}_i \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{D}_{f_i} \mathbf{F}_i \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{m} = [0, 1, \dots, M-1]^T \\ \mathbf{D}_{f_i} = \text{diag}\{\exp(j2\pi f_i(mT_s))\} \\ \mathbf{F}_i = \text{diag}\{\exp(-j2\pi f_c \tau_i)\} \\ \mathbf{r}_i = [r_i(t_1), r_i(t_2), \dots, r_i(t_M)]^T \\ \mathbf{w}_i = [w_i(t_1), w_i(t_2), \dots, w_i(t_M)]^T \\ \mathbf{s} = [s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_M)]^T \end{array} \right. \quad (10)$$

其中, \mathbf{D}_{f_i} 为多普勒频移矩阵, \mathbf{F}_i 为时延矩阵。

在信号处理领域, 最大似然估计的目的是使

接收信号的似然函数最大化。下面是构造似然函数的详细推导。其中, \mathbf{w}_i 为复白高斯噪声, 服从均值为零, 协方差为 $\sigma^2 \mathbf{I}$, 则第 i 个接收平台接收到的信号是独立均匀分布的。因此, 多平台接收信号的概率密度函数为:

$$p(\mathbf{r}|\mathbf{U}) = \frac{1}{(\pi\sigma^2)^M} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2\right) \quad (11)$$

对式 (11) 取对数, 其对数似然函数为:

$$\begin{aligned} \ln(p|\mathbf{U}) &= \ln\left[\frac{1}{(\pi\sigma^2)^M} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2\right)\right] = \\ &= -\ln\left((\pi\sigma^2)^M\right) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2 = \\ &= -M \ln(\pi\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2 \end{aligned} \quad (12)$$

忽略无关常数项, 式 (12) 可简化为:

$$\ln P(\mathbf{r}|\mathbf{U}) = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2 \quad (13)$$

最大化对数似然函数, 即最小化代价函数 $J(\mathbf{U})$:

$$J(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i - \beta_i \mathbf{Q}_i \mathbf{s}\|^2 \quad (14)$$

对式 (14) 关于 β_i 求偏导等于零, 便可得到 β_i 的最大似然估计值 $\hat{\beta}_i$, 可表示为:

$$\hat{\beta}_i = \left((\mathbf{Q}_i \mathbf{s})^H \mathbf{Q}_i \mathbf{s} \right)^{-1} (\mathbf{Q}_i \mathbf{s})^H \mathbf{r}_i = (\mathbf{s}^H \mathbf{s})^{-1} \mathbf{s}^H \mathbf{Q}_i^H \mathbf{r}_i \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (14), 则代价函数 $J(\mathbf{U})$ 可简化为:

$$J(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^L \|\mathbf{r}_i\|^2 - \sum_{i=1}^L \|\mathbf{s}^H \mathbf{Q}_i^H \mathbf{r}_i\|^2 \quad (16)$$

省略代价函数式 (16) 中的冗余项, 则最小化代价函数 $J(\mathbf{U})$ 等价于最大化目标函数 $C(\mathbf{U})$, 即:

$$C(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^L \|\mathbf{s}^H \mathbf{Q}_i^H \mathbf{r}_i\|^2 \quad (17)$$

最后, 通过二维搜索使目标函数 $C(\mathbf{U})$ 最大化, 即可找到目标位置估计值 $\hat{\mathbf{U}}$, 其数学表达式为:

$$\hat{U} = \underset{u}{\operatorname{argmax}} C(U) = \underset{u}{\operatorname{argmax}} \left(\sum_{i=1}^I \left\| s^H \mathbf{Q}_i^H r_i \right\|^2 \right) \quad (18)$$

2.2 非相干累积定位算法

非相干累积定位算法仅需要考虑接收信号的幅值信息，不需要关注接收信号间的相干信息。本节借助特征值分解方法，从噪声占主导的数据中提取信号的主要特征，从而在不依赖相位相干性的情况下增强了信号的清晰度，使目标定位更加准确，既避免了相位对准的复杂性，又提升了信号频率和幅度变化的鲁棒性。展开非相干累积定位的代价函数式 (17)，表示为：

$$\begin{aligned} C(U) &= \sum_{i=1}^I s^H \mathbf{Q}_i^H r_i^2 = \\ & \sum_{i=1}^I (s^H \mathbf{Q}_i^H r_i) (s^H \mathbf{Q}_i^H r_i)^H = \\ & \sum_{i=1}^I (s^H \mathbf{Q}_i^H r_i r_i^H \mathbf{Q}_i s) = \\ & \sum_{i=1}^I (s^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H s) \end{aligned} \quad (19)$$

其中， $\mathbf{v}_i = \mathbf{Q}_i^H r_i$ ，定义厄米特 (Hermitian) 矩阵为 \mathbf{H}_i ，即：

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (20)$$

该 Hermitian 矩阵 \mathbf{H}_i 反映了各平台接收信号的协方差信息，可以有效地提取接收信号的统计特征。对 \mathbf{H}_i 进行特征值分解，即：

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{E}_i \mathbf{A}_i \mathbf{E}_i^H \quad (21)$$

其中， \mathbf{E}_i 为 \mathbf{H}_i 的特征向量矩阵，每一列都有一个特征向量， \mathbf{A}_i 为包含协方差矩阵 \mathbf{H}_i 的特征值的对角矩阵。信号 \mathbf{v}_i 在 \mathbf{E}_i 方向上的投影能量为：

$$\mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i^2 = (\mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i)^H (\mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i) = \mathbf{E}_i^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i \quad (22)$$

根据特征值分解的定义， \mathbf{H}_i 可表示为：

$$\mathbf{H}_i \mathbf{E}_i = \lambda_i \mathbf{E}_i \quad (23)$$

因此，根据式 (20) 和式 (23)，式 (22) 可表示为：

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i^2 &= \mathbf{E}_i^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^H \mathbf{H}_i \mathbf{E}_i = \\ & \mathbf{E}_i^H \lambda_i \mathbf{E}_i = \lambda_i \mathbf{E}_i^H \mathbf{E}_i = \lambda_i \end{aligned} \quad (24)$$

其中， \mathbf{H}_i 的特征向量 \mathbf{E}_i 正交并归一化，

$\mathbf{E}_i^H \mathbf{E}_i = \mathbf{I}$ 。由式 (24) 可以看出，协方差矩阵 \mathbf{H}_i 的特征值表示信号在对应特征向量方向上的能量。特征值越大，信号的能量越集中在特征值向量方向上，意味着该方向包含的信号信息越丰富。特征值越小的方向则通常包含的信号分量越少，甚至可能以噪声为主。因此，可以将信号协方差矩阵的最大特征值相加，得到非相干累积目标位置的估计值，表示为：

$$\hat{U} = \underset{u}{\operatorname{argmax}} \left(\sum_{i=1}^I \lambda_{\max}(\mathbf{H}_i) \right) \quad (25)$$

2.3 改进的 PSO 算法

PSO 是一种基于群体智能的优化算法，适用于解决各种优化问题。该算法的核心思想是通过模拟粒子在解空间内的运动来定位最优解。每个粒子代表一个潜在的解，它的位置和速度代表解的状态和速度。粒子群在多维解空间中作为一个群体，其中每个粒子都有一个解向量和一个速度向量，通过不断调整位置和速度，确定了最优解。相较于其他优化算法，PSO 算法在全局搜索能力、计算效率以及适应复杂环境方面具有显著的优势。它能够高效地探索解空间，快速收敛至全局最优解，同时有效避免局部最优的陷阱，这对于复杂的非线性定位问题尤为重要。此外，PSO 算法实现简单，参数调整灵活，对噪声和复杂环境具有较强的鲁棒性，能够有效提高定位精度和可靠性。因此，本节将 PSO 算法与特征值定位算法相结合，减少了多平台定位的计算量和运行时间。其中，第 g 个粒子的速度和位置的更新式分别为：

$$\begin{aligned} v_g(t+1) &= w v_g(t) + c_1 r_1 (p_{\text{best}g} - x_g(t)) + \\ & c_2 r_2 (g_{\text{best}g} - x_g(t)) \end{aligned} \quad (26)$$

$$x_g(t+1) = x_g(t) + v_g(t+1) \quad (27)$$

其中，

$$w = w_{\max} - \left(\frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{iter}_{\max}} \right) \cdot \text{iter}$$



其中, $iter$ 为当前迭代次数, $iter_{max}$ 为最大迭代次数。这意味着在搜索过程中动态调整惯性权值 w , 在初始阶段保持较大的速度, 以促进粒子在整个搜索空间的全局搜索。在后期降低速度, 使粒子专注于局部最优解的精细搜索。

适应度函数则是 PSO 算法中用于评价解质量的关键函数。根据算法的目标, 将每个候选解映射到一个适应度值, 适应度值表示解的质量。适应度值越高, 通常意味着该解更好地满足目标要求或更接近最优解。在传统的 PSO 算法中, 通常使用目标函数作为适应度函数, 即:

$$F_1 = \sum_{i=1}^I \lambda_{\max}(\mathbf{H}_i) \quad (28)$$

然而, 传统的适应度函数仅依赖于固定的代价函数。这种静态处理方法不能根据不同的噪声水平自适应地调整目标信号的权重, 在高噪声水平下可能导致信号特征减弱, 从而影响搜索精度和收敛速度。为了解决这一问题, 本节将噪声功率纳入适应度函数的计算中, 使其适应度值动态反映噪声水平, 从而提高 PSO 算法的鲁棒性和准确性。改进后的适应度函数为:

$$F = \sum_{i=1}^I \left(\left(\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{H}_i)}{\lambda_{\max}(\mathbf{H}_i) + \text{noise_P}} \right)^2 \cdot \lg \left(1 + \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{H}_i)}{\text{noise_P}} \right) \right) \quad (29)$$

其中, noise_P 为噪声功率。其利用接收信号协方差矩阵的最大特征值和噪声功率构建了适应度函数, 适用于非相干累积特征值分解定位。式 (29) 等号右边的第一项中, 当噪声功率较高时, 信号可靠性较低, 适应度函数值减小, 反之, 当噪声功率较低时, 信号可靠性较高, 适应度函数值增大, 同时引入平方项增强有效信号的权重; 第二项则引入对数函数, 当特征值增大时, 对数增长且趋于稳定, 从而提高优化的稳定性。因此, 该函数有助于动态调整适应度值, 平衡信号与噪声的贡献, 从而更准确地估计目标位置。

3 仿真结果

均方根误差 (root mean square error, RMSE) 是一种广泛使用的定位精度评价指标, 用于量化算法估计的位置与目标实际位置之间的平均偏差。RMSE 值越小, 表示定位算法的精度越高。本节使用 RMSE 来评估目标的定位精度, 表达式为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P ((\hat{u}_{px} - u_x)^2 + (\hat{u}_{py} - u_y)^2)} \quad (30)$$

其中, P 表示蒙特卡罗实验次数, 在本次仿真实验中, P 取 100, $[u_x, u_y]^T$ 表示目标的真实位置坐标, $[\hat{u}_{px}, \hat{u}_{py}]^T$ 表示第 p 次实验估计的目标位置, $p = 1, 2, \dots, P$ 。

为了验证所提方法的有效性, 本节进行了仿真实验, 多个运动平台的模拟定位场景如图 2 所示。仿真中, 辐射源发射的是单频信号, 信号传播速度为 3×10^8 m/s, 载波频率为 580 MHz, 静止的目标位置为 $[0, 1000]^T$, 3 个移动的平台初始位置分别为 $[-2000, 0]^T$ 、 $[0, 0]^T$ 、 $[2000, 0]^T$, 合成孔径长度 L 为 1200 m, 定义接收平台沿 X 轴做匀速直线运动, 速度 v 为 100 m/s, 采样时间 $T = L/v$, 采样率为 8.4×10^5 Hz, 采样点数 $M = 800$, 信噪比范围从 -25 dB 到 15 dB, 间隔为 5 dB。

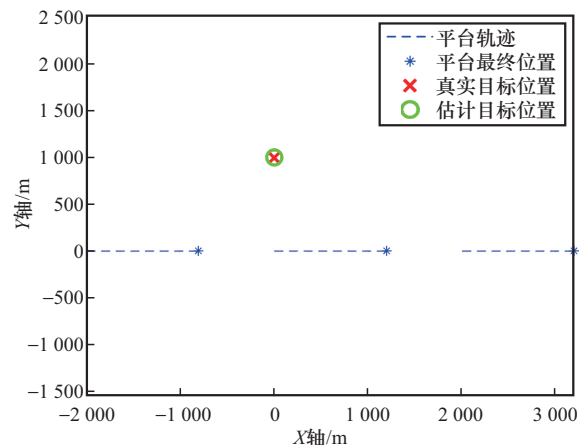


图2 多个运动平台的模拟定位场景

仿真时在预定义的二维搜索网格上遍历目标位置，计算每个位置点的代价函数值，最终确定代价函数最大的位置，即估计目标位置。非相干累积定位的代价函数如图3所示，非相干累积特征值分解定位的代价函数如图4所示。由图3和图4可以看出，与非相干累积定位算法相比，非相干累积特征值分解定位代价函数的峰值高且集中，有效提高了定位图像的局部信噪比和定位精度。

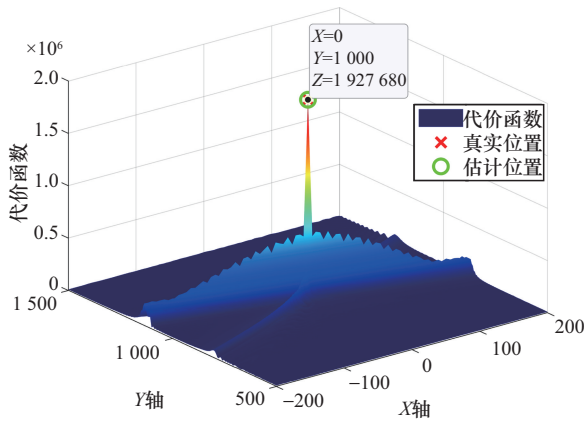


图3 非相干累积定位的代价函数

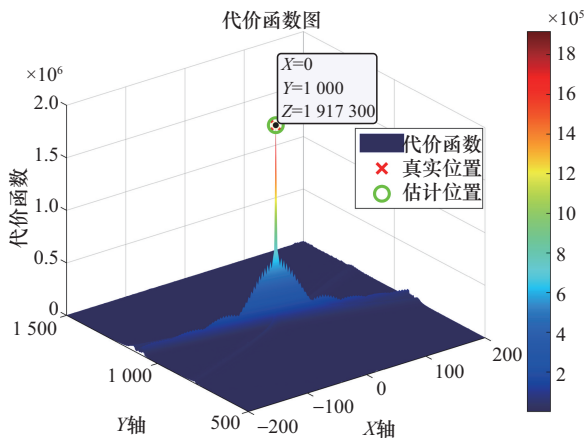


图4 非相干累积特征值分解定位的代价函数

为了进一步验证所提方法在复杂环境中的定位性能，本节引入联合不同信息类型的定位方法和基于VEPPSO-EXTRA的分布式优化算法进行对比分析。在相同场景参数下，不同定位算法的RMSE如图5所示。在不同信噪比条件下，所提

方法的RMSE优于其他定位方法，表明了所提方法在处理多运动平台场景时，具有显著的性能优势。

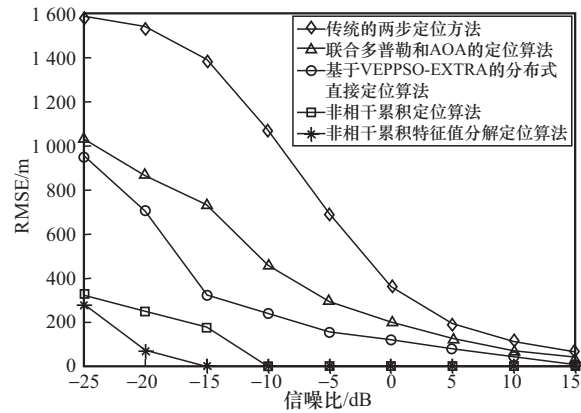


图5 不同定位算法的RMSE

合成孔径长度作为影响定位性能的关键参数之一，对定位精度具有决定性作用。为此，在验证DPD方法的定位性能时，本文进一步研究了该方法的定位精度与合成孔径长度L之间的关系。不同合成孔径长度下所提DPD方法的RMSE如图6所示。图6绘制了合成孔径长度分别为1200 m、2400 m、3600 m时，其RMSE随信噪比的变换曲线。从图6中可以看出，随着合成孔径长度的增加，DPD方法的RMSE随之减小，表明定位精度随着合成孔径长度的增加而显著提升。

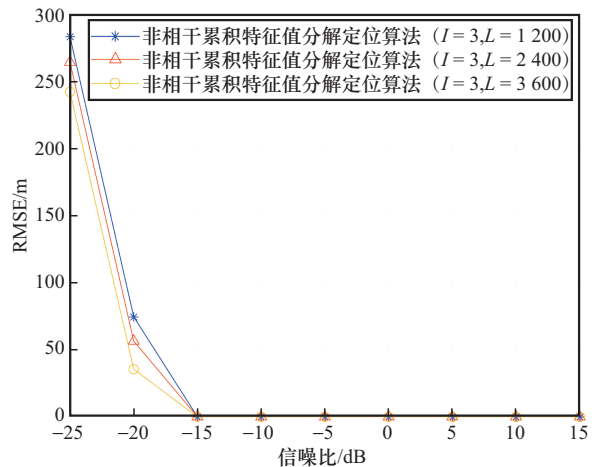


图6 不同合成孔径长度下所提DPD方法的RMSE



此外, 增加平台数量相当于扩大了采样的空间范围, 使多径效应在多个平台之间得到平衡, 从而有效降低随机噪声和干扰信号的影响。随着平台数量的增加, 信号的空间分辨率和抗噪声能力也显著提高。为此, 在进一步验证DPD方法的定位性能时, 本文深入研究了该方法的定位精度与接收平台数量之间的关系。不同平台数量下所提DPD方法的RMSE如图7所示。图7绘制了接收平台数量分别为3、4、5时, 其RMSE随信噪比的变换曲线。从图7中可以看出, 随着接收平台数量的逐步增加, DPD方法的RMSE呈现明显的下降趋势。这表明, 更多的接收平台能够提供更多的观测数据, 增强信号的累积效果, 从而提高定位精度。

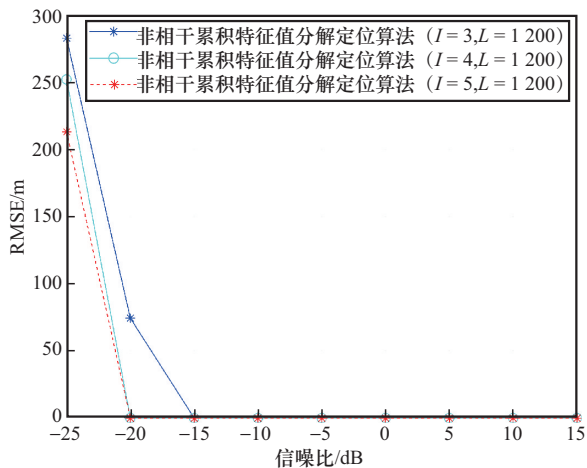


图7 不同平台数量下所提DPD方法的RMSE

在多平台信号接收和处理应用中, 特征值分解方法可以实现较高的定位精度, 但处理大量数据会导致计算速度变慢。为了提高效率, 本文将PSO算法集成到非相干累积特征值分解定位框架中。其中, 在代码初始化中, 平台数设置为3, 粒子数为50, 迭代次数为100, 个体和群体学习因子为2, 最小惯性权重为0.4, 最大惯性权重为0.9, 更新后的粒子速度和位置表达式见式(26)和式(27)。此外, 粒子的初始位置和速度是随机设置的。改进PSO算法的定位结果如图8所

示, 粒子最终聚集在目标位置附近, 具有良好的收敛性和定位精度, 这表明最终估计位置接近真实目标, 达到了预期的定位效果。

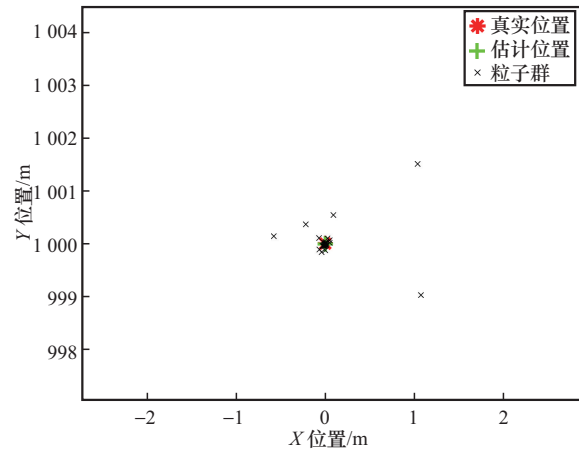


图8 改进PSO算法的定位结果

为了进一步验证改进粒子群算法的定位性能, 本节将其与传统粒子群算法的RMSE进行了比较。传统方法仅使用特征值作为适应度函数, 难以平衡信号和噪声, 导致精度和稳定性较低。改进的PSO算法通过改进适应度函数实现了更好的定位效果。结合PSO算法的RMSE如图9所示。从图9可以看出, 改进PSO算法的RMSE低于传统PSO算法。同时, 对比本文所提算法与PSO算法结合前后的RMSE可以发现, 在低信噪比下, 算法的随机性和全局搜索特性可能导致粒子分布分散, 从而导致PSO算法波动较大, 不利于有效关注实际搜索信号的特征, 影响定位精度。然而, 在高信噪比条件下, PSO算法可以快速收敛到精确解。当信噪比大于-5 dB时, 改进的PSO算法的定位精度与非相干累积特征值分解定位算法相当。将所提算法与PSO算法集成前后的运行时间进行对比, 可以发现改进的PSO算法显著减少了特征值分解时间, 提高了计算效率。结合PSO算法前后的运算时间对比见表1。

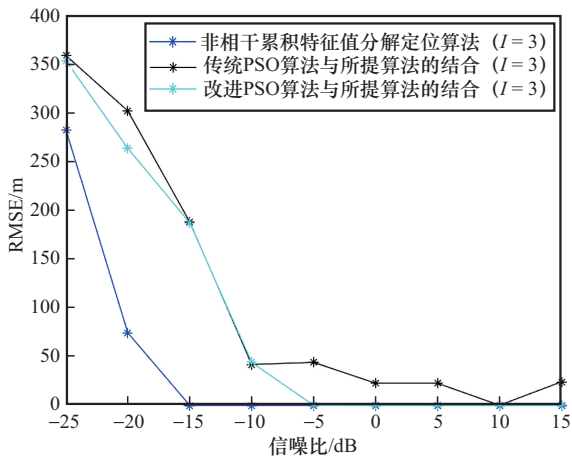


图9 结合 PSO 算法的 RMSE

表 1 结合 PSO 算法前后的运算时间对比

采样点	结合改进的 PSO 算法前/s	结合改进的 PSO 算法后/s
800	65.148 920	3.328 442
1 200	83.089 523	4.408 807
1 600	105.704 449	5.187 881

4 结束语

本文提出了基于特征值分解的多平台合成孔径定位方法，旨在解决多平台非相干累积定位在低信噪比环境下定位精度低和大数据量条件下计算效率低的问题。首先，本文结合特征值分解技术对平台接收的信号进行特征提取，建立多平台非相干累积定位的代价函数为单个平台协方差矩阵特征值的累加，然后，在定位方法的基础上，通过动态调整 PSO 算法的适应度函数，加速特征值分解的过程，为快速估计目标位置提供了可能。仿真结果表明，所提定位方法提高了定位图像的局部信噪比和低信噪比环境下的定位精度。同时，PSO 算法的引入，使定位时间大约缩短至改进前的 1/20。与传统的两步定位算法和现有的多平台直接定位算法相比，该方法具有明显的优势，因此，在军事、导航、雷达等复杂领域具有广阔的应用前景。

参考文献:

- [1] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [2] WEISS A J. Direct geolocation of wideband emitters based on delay and Doppler[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(6): 2513-2521.
- [3] QU J S, SHI H N, QIAO N, et al. New three-dimensional positioning algorithm through integrating TDOA and Newton's method[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2020(1): 77.
- [4] QU X M, LIU T. Source localization using TDOA and FDOA measurements with sensor information uncertainties[C]//Proceedings of the 2021 40th Chinese Control Conference (CCC). Piscataway: IEEE Press, 2021: 3173-3178.
- [5] ZHANG Y, DENG Z L, GAO Y H. Angle of arrival passive location algorithm based on proximal policy optimization[J]. Electronics, 2019, 8(12): 1558.
- [6] FERRÉOL A, BOSSE J, LARZABAL P. A low-cost AOA-TDOA approach for blind geolocation in multi-paths context[C]//Proceedings of the 2010 18th European Signal Processing Conference. Piscataway: IEEE Press, 2010: 686-690.
- [7] PAN J S, ZHANG S Q, CHU S C, et al. Willow catkin optimization algorithm applied in the TDOA-FDOA joint location problem[J]. Entropy, 2023, 25(1): 171.
- [8] HUANG D H, ZHAO Y S, HU D X, et al. 3D TDOA/AOA localization in MIMO passive radar with transmitter and receiver position errors[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2022(1): 9964332.
- [9] KONG T, WANG X L, MA L H. Research on satellite positioning based on total least squares algorithm[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1952(4): 042131.
- [10] ZHAO S H, ZHANG X P, CUI X W, et al. Semidefinite programming two-way TOA localization for user devices with motion and clock drift[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 578-582.
- [11] SONG C Y, PONS A, YEN K. AG-SGD: angle-based stochastic gradient descent[J]. IEEE Access, 2021, 9: 23007-23024.
- [12] WEISS A J. Direct position determination of narrowband radio transmitters[C]//Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Pisci-



- taway: IEEE Press, 2004: 249.
- [13] TZOREFF E, WEISS A J. Expectation-maximization algorithm for direct position determination[J]. *Signal Processing*, 2017, 133: 32-39.
- [14] MA F H, GUO F C, YANG L. Direct position determination of moving sources based on delay and Doppler[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(14): 7859-7869.
- [15] ALMUTIRY M. Wideband tomographic super-resolution radar image[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(3): 1208-1216.
- [16] LIU W K, SUN G C, XIA X G, et al. Focusing challenges of ships with oscillatory motions and long coherent processing interval[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2021, 59(8): 6562-6572.
- [17] LI J F, LI Y Y, JIANG H, et al. Multi-TDOA estimation and source direct position determination based on parallel factor analysis[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(8): 7405-7415.
- [18] QIAN Y, HAN X L, SHI X L, et al. Direct position determination of non-Gaussian sources for sensor arrays *via* improved rooting subspace data fusion method[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2023, 23(20): 25307-25315.
- [19] CHEN L D, HUANG Z T, WANG X, et al. A direct position determination method by fixed passive single-station based on prior angular velocity[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2024, 52(7).
- [20] JIA T Y, WANG H Y, WANG G, et al. Localization using time-delay and Doppler shift by moving monostatic sensors[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022, 58(3): 2560-2567.
- [21] ZHU K H, JIANG H, YU L J, et al. An improved TDOA-based DPD method *via* multiple-frequency function fusion[C]//Proceedings of the 2022 7th International Conference on Signal and Image Processing (ICSIP). Piscataway: IEEE Press, 2022: 217-221.
- [22] SUN J Y, HUAN H, TAO R, et al. Motion compensation for synthetic aperture passive localization based on weather radar signals[C]//Proceedings of the 2024 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2024: 1-6.
- [23] WANG Y Q, SUN G C, WANG Y, et al. A high-resolution and high-precision passive positioning system based on synthetic aperture technique[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5230613.
- [24] WANG Y Q, HAN L, ZHANG X, et al. A passive signal focusing algorithm based on synthetic aperture technique for multiple radiation source localization[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5206516.
- [25] ZHANG Z C, CHEN J F, HU B. The optimization of model parallelization strategies for multi-GPU training[C]//Proceedings of the 2021 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-6.
- [26] WANG Z Q, TAN B, LOHAN E S, et al. Majorization-minimization-based direct localization using one-bit channel measurements[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2024, 13(5): 1389-1393.
- [27] LUO J T, LI Z, LI L X, et al. A direct position estimation algorithm based on time-domain[C]//Proceedings of the 2023 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC). Piscataway: IEEE Press, 2023: 536-538.
- [28] LI P, LI J F, ZHANG X F, et al. Gridless maximum likelihood one-bit direct position determination[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2024, 31: 3099-3103.
- [29] GUO H, LI L, ZHANG S. Short baseline direct position determination based on precise synchronization[J]. *IET Conference Proceedings*, 2021, 2020(9): 1134-1137.
- [30] HAO K, XUE Q X, LI C, et al. A hybrid localization algorithm based on Doppler shift and AOA for an underwater mobile node[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 181662-181673.
- [31] 陈志坤, 翁一鸣, 彭冬亮, 等. 基于 VEPPSO-EXTRA 混合算法的分布式直接定位技术[J]. *电子与信息学报*, 2023, 45(2): 664-671.
- CHEN Z K, WENG Y M, PENG D L, et al. Distributed direct position determination technology based on VEPPSO-EXTRA hybrid algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2023, 45(2): 664-671.
- [32] XU G, ZHANG B J, YU H W, et al. Sparse synthetic aperture radar imaging from compressed sensing and machine learning: theories, applications, and trends[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 2022, 10(4): 32-69.
- [33] WANG Y Q, SUN G C, ZHANG X, et al. An ultrahigh-resolution positioning algorithm for satellite ultra-long-duration data based on synthetic aperture technique[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2024, 62: 5209512.
- [34] JIN T, LI F C, TIAN Y F, et al. Utilization of non-coherent accumulation for LTE TOA estimation in weak LOS signal environments[J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications*

and Networking, 2023, 2023(1): 38.

- [35] ZHOU Z H, CHEN H, LIU H G, et al. Distributed radar incoherent fusion method for independent non-identically distributed fluctuating targets[C]//Proceedings of the 2024 IEEE International Conference on Signal, Information and Data Processing (ICSIDP). Piscataway: IEEE Press, 2024: 1-4.

[作者简介]



习梦婷 (2002-), 女, 西安科技大学通信与信息工程学院硕士生, 主要研究方向为合成孔径雷达、信号处理和无源定位等。



王裕旗 (1994-), 男, 博士, 西安科技大学通信与信息工程学院副教授, 主要研究方向为合成孔径雷达成像、信号处理和无源定位等。



王安义 (1968-), 男, 博士, 西安科技大学通信与信息工程学院博士生导师, 主要研究方向为宽带数字移动通信关键技术、智能信息处理技术和煤矿智能优化等。